

Análisis gráfico de la rapidez angular del movimiento circular en tiempo real a partir de un dispositivo para el laboratorio de Física

Graphical analysis of the angular velocity of circular motion in real time from a device for the physics laboratory

Santiago Javier Álvaro¹ <https://orcid.org/0000-0002-2732-0501>,
Wilson Xavier Rivera¹ <https://orcid.org/0000-0002-2563-1736>, Ana Maribel Paredes¹
<https://orcid.org/0000-0001-5413-8150>

¹*Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Escuela de Físicas y Matemáticas,*
Quito, Ecuador
sjalvaro@puce.edu.ec, xriverag@puce.edu.ec,
aparedes667@puce.edu.ec



Esta obra está bajo una licencia internacional
Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0.

Enviado: 2022/01/05
Aceptado: 2022/06/08
Publicado: 2022/06/30

Resumen

En este trabajo se presenta un sistema digital de control y monitoreo de rapidez angular de un disco, en tiempo real. El sistema se fundamenta en la utilización de un sensor óptico infrarrojo que detecta interrupciones en las ranuras del disco giratorio, acoplado al eje del motor de corriente continua. La rapidez de giro del disco es dependiente de la rapidez de giro del eje del motor. Las revoluciones de giro del motor son controladas por un microprocesador programable que genera una señal de ancho de pulso con variabilidad. El sistema posee comunicación serial con el computador, este tipo de comunicación permite que los datos registrados por el sensor y digitalizados por el microprocesador sean enviados a una hoja de Excel para ser representados de forma gráfica. Los gráficos permiten visualizar la variabilidad real de la rapidez angular del disco y, establecer una característica que permita entender y comprender lo que se da por hecho en la teoría.

Palabras clave: Análisis gráfico, Movimiento circular, Disco giratorio, Tiempo real, Rapidez de giro.

Sumario: Introducción, Metodología, Desarrollo, Resultados, Discusión y Conclusiones.

Como citar: Álvaro, S., Rivera, W. & Paredes, A. (2022). Análisis gráfico de la rapidez angular del movimiento circular en tiempo real a partir de un dispositivo para el laboratorio de Física. *Revista Tecnológica - Espol*, 34(2), 52-63. <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/904>

Abstract

This paper presents a digital system for the control and monitoring of the angular velocity of a disk in real-time. The system is based on using an infrared optical sensor that detects interruptions in the slots of the rotating disk, coupled to the shaft of the DC motor. The rotational speed of the disk is dependent on the rotational speed of the motor shaft. The motor rotation revolutions are controlled by a programmable microprocessor that generates a pulse width signal with variability. The system has serial communication with the computer. This type of communication sends the data recorded by the sensor and digitized by the microprocessor to an Excel sheet for their graphical representation. The graphs allow us to visualize the disk's angular speed variability and establish characteristics to understand and comprehend what is taken for granted in theory.

Keywords: Graphical analysis, Circular motion, Rotating disk, Real time, Rotation speed.

Introducción

El conocimiento es una de las formas que tiene el hombre para otorgar un significado con sentido a la realidad, por ello, todo docente de Física sabe que la Física es una ciencia experimental y para comprobar un fenómeno, suceso o proceso, es necesario dirigir la atención hacia el objeto de estudio.

Para abordar la parte experimental es necesario contar con herramientas capaces de cumplir con las exigencias competitivas del mundo (Gonzales, Nuñez, & Vilorio, 2012). El laboratorio de Física debe facilitar al estudiante la comprensión de los aspectos tanto teóricos como aplicados de la ciencia y, entre sus objetivos fundamentales se proponen tres grandes metas: ilustrar el contenido de las clases teóricas, enseñar técnicas experimentales, y promover actitudes científicas (SPS, 2017). Para que se dé el conocimiento científico en forma razonada, la actitud científica debe cumplir el requisito de que el conocimiento sea verificable y explicable (Bernal, 2010).

Considerando los enunciados precedentes, se entiende que la actitud científica en un laboratorio permite verificar y explicar un evento. Para cumplir con este requisito es necesario extraer la mayor cantidad de información posible de datos del evento para ordenarlos, procesarlos y representarlos de forma gráfica, que apoyados en la visualización permiten descubrir, analizar e interpretar la información inmersa en los datos.

La visualización gráfica de datos constituye una disciplina propia dentro del universo de la ciencia de datos; desde el gráfico más sencillo hasta el más complejo ofrecen alto valor al analista, (Gobierno de España, 2018). Por estas razones el objetivo de este trabajo es generar un sistema que permita registrar el mayor número de datos experimentales para el análisis gráfico del movimiento circular.

Para entender lo que sucede en la experimentación del movimiento es necesario conocer conceptos teóricos relacionados al eje de giro, arco o desplazamiento angular (φ , θ), rapidez angular (ω), rapidez tangencial (v), aceleración angular (α), aceleración centrípeta (a_{rad}), periodo (T) y la frecuencia (f). “Cuando una partícula se mueve en un círculo con rapidez constante, el movimiento es uniforme y su aceleración es siempre perpendicular a la rapidez instantánea” (Young, Fredman, & Ford, 2009, pág. 88). “Si la rapidez varía, tenemos un movimiento circular no uniforme, dado que la rapidez tiene diferentes valores en la trayectoria, a_{rad} no es constante” (Young, Fredman, & Ford, 2009, pág. 90).

Metodología

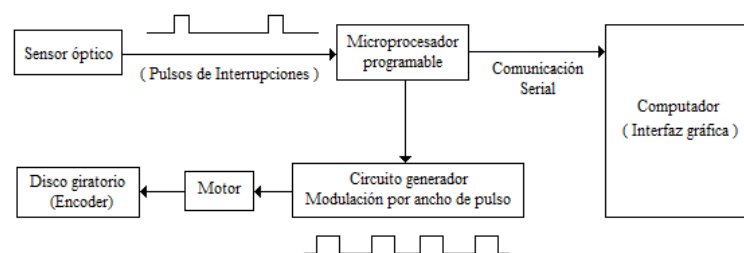
Para el diseño e implementación del sistema de adquisición de datos se utilizó el método analítico, este método permitió analizar por separado cada elemento constitutivo del sistema para luego establecer relaciones lógicas y formar el sistema. Para la construcción del circuito electrónico que genera la señal modulada por ancho de pulso se aplicó conocimientos de teoría electrónica digital. Para la elaboración del programa que gobierna el microprocesador se empleó conocimientos de programación y lenguaje de programación C++. Las variables utilizadas en la programación fueron de tipo cuantitativo continuo. Para la recolección de datos se utilizó el método cuantitativo; este método permitió cuantificar el número de giros que realiza el disco en una unidad de tiempo. A través del gráfico rapidez angular en función del tiempo y , aplicando el método inductivo, se logró determinar situaciones particulares del movimiento circular.

Desarrollo

La idea principal del sistema es calcular la frecuencia del giro del disco ranurado a través de interrupciones detectadas por un sensor óptico. Los datos registrados por el sensor son enviados y digitalizados en el microprocesador. El sistema posee comunicación serial con el computador para enviar los datos a la hoja de cálculo de Excel. El sistema también cuenta con un circuito generador de una señal con modulación de ancho de pulso que controla la rapidez de giro del disco. Ver Figura 1.

Figura 1

Diagrama esquemático del sistema. La figura muestra de forma general los módulos que conforman el sistema



El motor de corriente continua es un dispositivo que transforma la energía eléctrica en mecánica; esta característica permite producir un movimiento giratorio en el eje, en consecuencia, se produce una rapidez de rotación en el disco proporcional al voltaje de alimentación. El voltaje de alimentación del motor es regulado por la modulación por ancho de pulso (PWM).

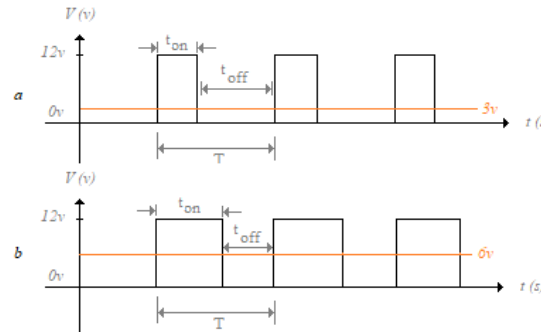
Este tipo de modulación es una técnica que se fundamenta en controlar el ancho del pulso de la señal (ciclo de trabajo) sin variar la frecuencia de una señal cuadrada. En la modulación PWM, el ciclo de trabajo (D) es la relación entre la duración del pulso (τ) y el periodo (T) de una onda cuadrada (Posada, 2005), Ver Figura 2.

En la Figura 2, al cambiar o modular el ancho del pulso de la señal cuadrada se modifica el voltaje de alimentación, esto provoca variación en la rapidez del motor. Cuanto más tiempo dure el pulso "ENCENDIDO", t_{on} , más rápido girará el motor. Mientras más corto sea el pulso "ENCENDIDO", más lento girará el motor. Mientras gira el eje del motor, gira también el disco (encoder); sobre el disco está el sensor infrarrojo. El LED infrarrojo del sensor emite luz

al receptor óptico, si el receptor capta luz, se considera como encendido (Uno lógico 1L), cuando no recepta luz, se considera apagado (cero lógico 0L).

Figura 2

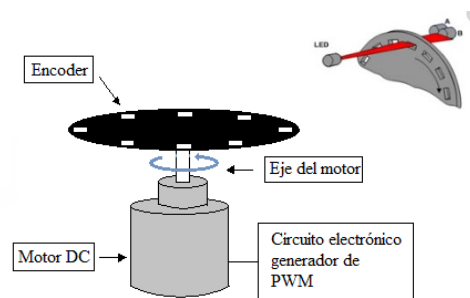
Señal de onda cuadrada. (a) Representa el 25% del ciclo de trabajo equivalente a 3V. (b) Representa el 50% del ciclo de trabajo equivalente a 6V



El disco giratorio con ranuras ensamblado en el eje del motor se conoce como encoder. Técnicamente, el encoder es un transductor rotativo que transforma un movimiento angular en una serie de pulsos digitales, ceros y unos lógicos. “El encoder se basa en la rotación de un disco graduado con un retículo radial formado por espacios opacos, alternados con espacios transparentes” (Cruz, Portilla, & Silva, 2008, pág. 2). “Los pulsos digitales se generan mientras la luz pasa a través de las ranuras del disco”, (Ingeniería Mecafenix, 2017). Tal como se muestra en la Figura 3.

Figura 3

(a) Disco con ranuras (encoder) ensamblado sobre el eje del motor. El motor tiene un rango de alimentación de 0V a 12V. (b) Sensor infrarrojo acoplado al encoder para recibir interrupciones



El tren de pulsos generados por el giro del encoder y registrados por el sensor son enviados al microprocesador para ser digitalizados. La recepción de los pulsos se realiza mediante la configuración de un pin de Arduino como entrada. La parte principal de la programación es el registro del número de pulsos que se genera en 1000 milisegundos.

El encoder posee seis ranuras, cada ranura genera un pulso. Los seis pulsos son equivalentes a un ciclo del disco. Un ciclo es equivalente a 360°. Mediante la ecuación (1), se determina el número de ciclos del disco.

$$N_v = \frac{N_p}{n_r} \quad (1)$$

Donde, N_v es el número de vueltas, N_p es el número de pulsos, n_r es del número de ranuras del encoder. El número de ranuras del disco está relacionado con la resolución del encoder. A mayor número de ranuras, mayor resolución. Para el caso en mención, la resolución del encoder es de seis pulsos por ciclo. La precisión del encoder es de $360^\circ/6 = 60^\circ$. Existen resoluciones típicas de valores bajos y resoluciones altas como de 5000, 10000 pulsos por ciclo y más, con precisiones menores a 1° (Products Motion Control, 2019).

El sistema de adquisición de datos en tiempo real posee comunicación serial con el computador a través de la herramienta de adquisición de datos Parallax (PLX-DAQ). Este software es complemento gratuito de Excel que posibilita la captura de datos del canal serial y los guarda en una hoja de cálculo.

La rapidez angular del disco se determina con la ecuación (2), las unidades de medida son los radianes por segundo.

$$\omega = 2\pi f \text{ [rad/s]} \quad (2)$$

Donde f es la frecuencia y su concepto está relacionado con el número de ciclos realizados en una unidad de tiempo, su unidad de medida es el Hertz. Aplicando el concepto de frecuencia a las condiciones del encoder, la ecuación para determinar la rapidez angular del disco se obtiene a través de la ecuación (3) y considerando la ecuación (2):

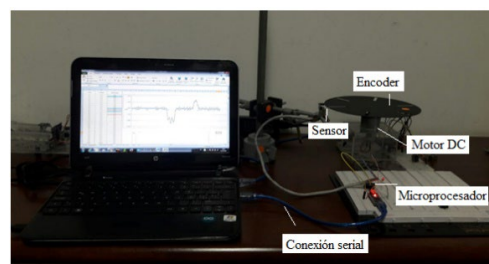
$$\omega = 2\pi \left(\frac{N_v}{1s} \right)$$

$$\omega = 2\pi \left(\frac{N_p}{n_r} \right) \quad (3)$$

Los elementos técnicos, lógicos y matemáticos descritos en la parte inicial del apartado de desarrollo son fundamentales para formar el concepto de sistema de adquisición de datos en tiempo real del movimiento circular. El aparato como tal se muestra la Figura 4.

Figura 4

Sistema de adquisición de datos en tiempo real para análisis del movimiento circular. La figura muestra las partes constitutivas del sistema con conexión al computador



Para utilizar el sistema de adquisición de datos se debe conectar el Arduino al computador mediante el cable USB. Encender el dispositivo mediante el interruptor On/Off. Ejecutar y abrir la carpeta del programa PLX-DAQ. Ejecutar la hoja de cálculo Datos_Hoja de Cálculo.

Para iniciar la captura de datos presionar el icono Connect ubicado en la ventana Data Acquisition for Excel. Variar la rapidez del disco hasta el máximo valor y mantenerlo durante 70 segundos. Durante 40 segundos mantener el disco en una rapidez mínima y 40 segundos en la rapidez intermedia. Para finalizar la captura de datos presionar el icono Disconnect ubicado

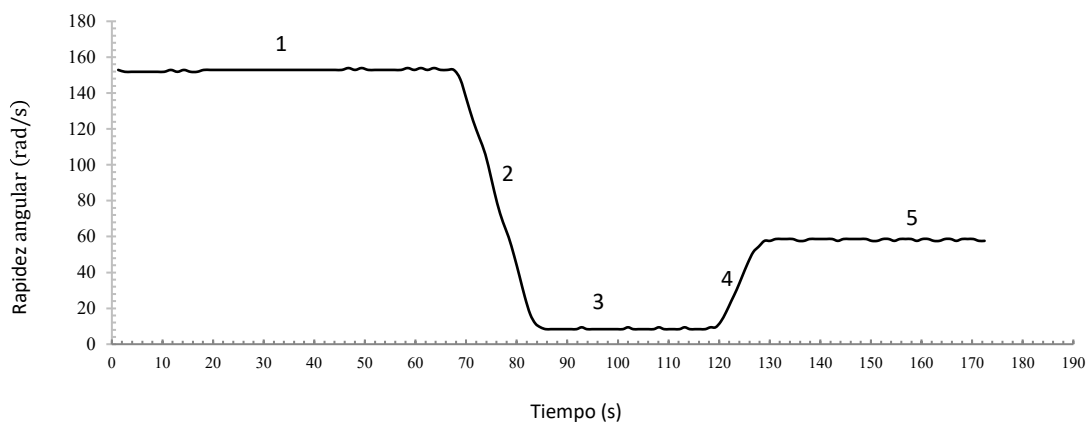
en la ventana Data Acquisition for Excel. Como último paso guardar la hoja de Excel con los datos adquiridos.

Resultados

Los datos almacenados se ubican en la hoja de Excel, los encabezados de las columnas representan las variables de tiempo y rapidez angular. El proceso de análisis de datos empieza por entender la información de la tabla, crear el gráfico en base a la data, interpretar matemáticamente la curva y explicar resultados, (Jordi O, 2019) . La Figura 5, representa la variación de rapidez angular del disco, durante el tiempo de experimentación.

Figura 5

Rapidez angular en función del tiempo. El gráfico permite diferenciar 5 tramos de curva. En los tramos 1, 3, 5 se observa la rapidez angular con cierta fluctuación



Análisis Gráfico de la Rapidez Angular en Función del Tiempo

Tramo 1

El análisis de la rapidez angular en función del tiempo se realiza por tramos. La Figura 6, representa el tramo uno, que corresponde a los setenta segundos de giro del disco. Para observar a mayor detalle las variaciones que ocurren en este tramo, se realiza un cambio de escala.

En la curva existen tres sectores que presentan variaciones considerables, el resto de la curva se mantiene estable. Con ayuda de las herramientas matemáticas de Excel se realiza el ajuste de curva y el cálculo del coeficiente de correlación R.

El ajuste de curva muestra una ecuación lineal de grado 1, expresada de forma general como, $y = mx + b$, donde m representa la pendiente y y la rapidez angular del disco.

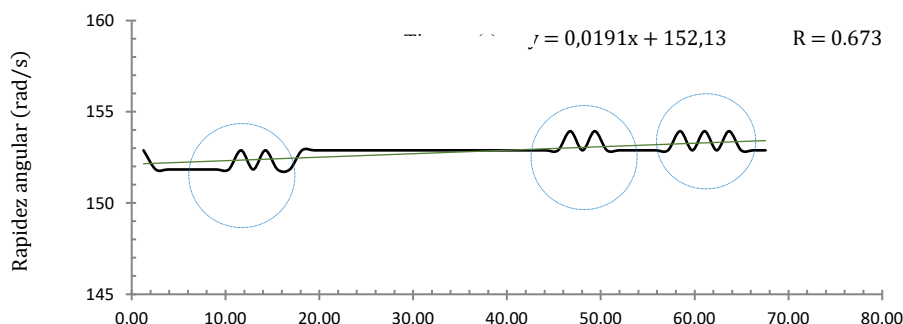
Considerando que la ecuación de la recta es $y = 0,0191x + 152,13$ y que representa la Figura 6, se tiene una pendiente de 0.0191 unidades.

La pendiente m de la recta es la variación de la rapidez angular con respecto al tiempo. A esta relación se la conoce como aceleración angular, ver ecuación (4). En este caso la aceleración angular tiende a cero.

$$m = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \alpha \quad (4)$$

Figura 6

Rapidez angular en función del tiempo, tramo 1. Se observan tres sectores inestables de rapidez, encerrados en círculos azules



En conclusión, para el tramo 1, la aceleración angular tiende a cero y la rapidez angular tiene una media de 152,13 radianes por segundo. Además el coeficiente de correlación R entre las variables tiene un valor de 0.673, que indica una relación directa y correlación positiva fuerte. Se estima que, si se incrementa el tiempo, la rapidez aumentaría de forma lenta y gradual.

Tramo 2

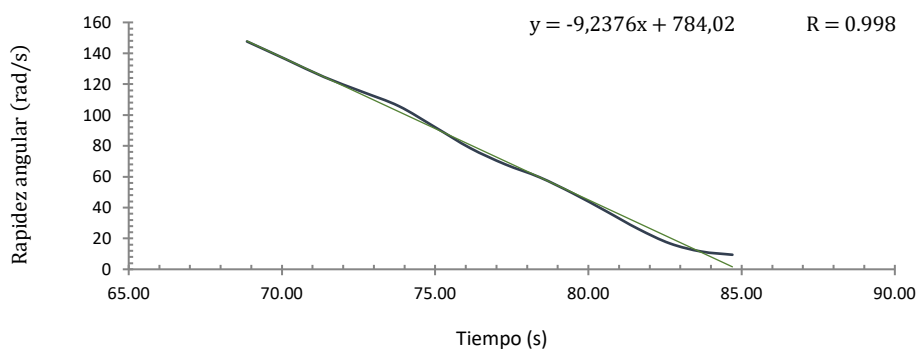
Aplicando el método de observación, los tramos 2 y 4, presentan variación de rapidez angular considerable. En el tramo 2, mientras transcurre el tiempo la rapidez angular disminuye. Al existir variaciones de rapidez angular en el tiempo, el disco experimenta una aceleración angular, tal como lo indica la expresión matemática (5).

$$\alpha_m = \frac{w_f - w_0}{t_f - t_0} = \frac{\Delta w}{\Delta t} \quad (5)$$

En el movimiento circular, si la rapidez de giro del disco no permanece constante, existe aceleración angular, tal como muestra la Figura 9. La ecuación que representa la curva de la Figura 7 es, $w = -9,2376x + 748,02$.

Figura 7

Rapidez angular en función del tiempo, tramo 2. La rapidez angular disminuye con el transcurso del tiempo, rapidez máxima de 150 rad/s y mínima de 20 rad/s. Movimiento circular desacelerado



La pendiente m representa la aceleración media del tramo. En este caso se puede concluir que la rapidez de giro del disco disminuye con una desaceleración media de -9,23

radianes por segundo al cuadrado. Por lo tanto, este movimiento representa un movimiento circular desacelerado.

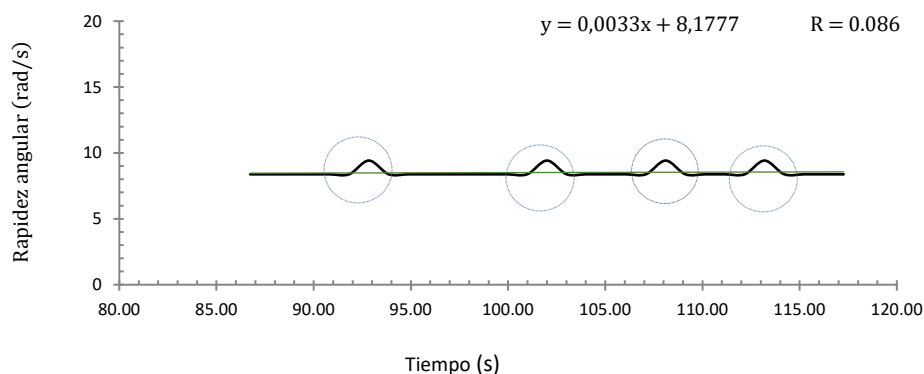
El coeficiente de correlación R es 0.998, esto indica que existe una relación directamente proporcional en las variables, una correlación positiva y fuerte. Se estima que si se incrementa el tiempo, decrementa la rapidez angular.

Tramo 3

Al igual que el primer tramo, la variación de rapidez es mínima y esporádica. La recta presenta 4 picos positivos de variación. La ecuación de la recta que representa la Figura 8, es $y = 0,0033x + 8,177$. Donde y representa la rapidez angular del disco y la pendiente m , la cual tiende a cero. Por tanto, hay una rapidez angular media a lo largo del tramo con un valor de 8,177 radianes por segundo.

Figura 8

Rapidez angular en función del tiempo, tramo 3. La rapidez angular no presenta variación considerable, su valor medio oscila en los 8,177 rad/s. Se considera un movimiento circular constante



El coeficiente de correlación R para la Figura 8, es 0.086. Este valor indica que no existe una relación directamente proporcional entre las variables porque el valor de R es positivo y débil. Se estima que si se incrementa el tiempo, la rapidez mantendrá su valor constante.

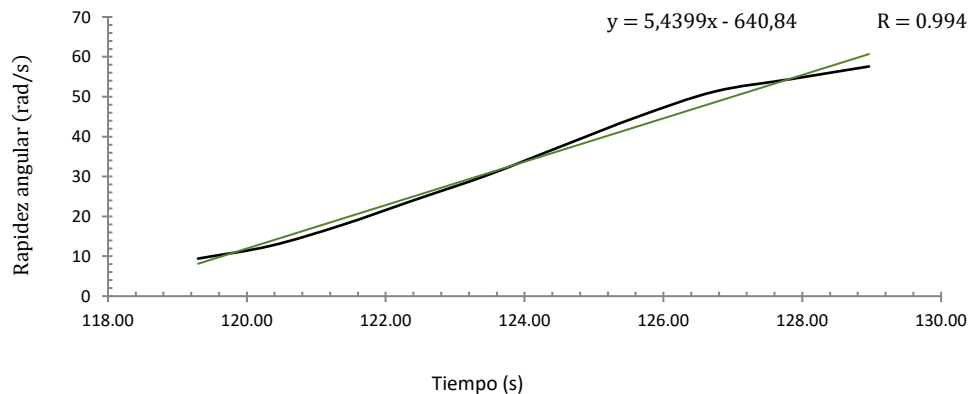
Tramo 4

En la Figura 9, se observa cambios de rapidez angular significativa. La rapidez angular va en aumento, tiene variaciones que van desde 10 hasta 58 radianes por segundo. En este caso la pendiente m es creciente y positiva, con un valor de 5.4399, la misma que representa la aceleración angular media del disco. Este tipo de movimiento representa un movimiento circular acelerado.

El coeficiente de correlación R para la curva de la Figura 9, es 0.994. Este valor indica que existe una relación directamente proporcional entre las variables, es una correlación positiva muy fuerte. Se estima que si se incrementa el tiempo, se incrementa la rapidez angular de forma gradual y rápida.

Figura 9

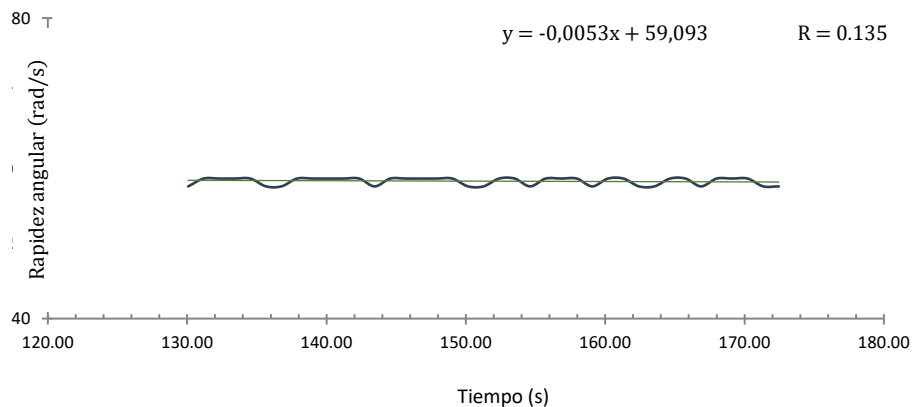
Rapidez angular en función del tiempo, tramo 4. La rapidez angular presenta una variación considerable a lo largo del tramo. Se puede considerar un movimiento circular acelerado

**Tramo 5**

En este tramo de la curva representado por la Figura 10, se observa una fluctuación consecutiva de la rapidez angular. A pesar de esta fluctuación, al realizar el ajuste de curva se puede evidenciar que la pendiente es mínima, con un valor absoluto de 0.0053, valor que tiende a cero y una rapidez angular promedio de 59,093 radianes por segundo.

Figura 10

Rapidez angular en función del tiempo, tramo 5. La rapidez angular no presenta variación considerable, su valor medio oscila en los 59.093 rad/s. Se considera un movimiento circular constante



El coeficiente de correlación R para la Figura 10, es 0.135. Este valor indica que existe una relación directamente proporcional entre las variables, es una correlación positiva y débil. Se estima que si se incrementa el tiempo, podría presentar un decremento de la rapidez angular de forma gradual y muy lenta.

La tendencia general de la relación entre el tiempo y la rapidez angular en el recorrido del disco es creciente y mantiene esta tendencia en su proyección. Al realizar las estimaciones se comprueba que la tendencia es creciente. En el recorrido total del disco, se observa que en los tramos 1,3,4,5 son crecientes los valores de la rapidez angular, y en el tramo 2 son decrecientes. En el tramo 4 se nota un crecimiento más acelerado de la rapidez angular en relación al tiempo.

Discusión

Los tipos de gráfico representados en cada tramo de la curva son básicos y fundamentales, pero ofrecen grandes posibilidades para el análisis, e interpretación de datos. Dependiendo de las necesidades de análisis, el sistema es adaptable para monitorear en tiempo real la aceleración angular, el desplazamiento y rapidez lineal. La data almacenada a través del sistema permite la interpretación gráfica del movimiento circular. La Tabla 1 muestra los resultados consolidados a lo largo de la experimentación.

Tabla 1

Consolidación de resultados. Tipos de movimiento circular y ecuaciones que rigen en cada movimiento

Tramo	Ecuación de la recta Ajuste de curva	Aceleración angular [rad/s ²]	Tipo de movimiento	Rapidez angular media [rad/s]
1	0,0191x + 152,13	0,0191	MC Uniforme	152,13
2	-9,2376x + 748,02	-9,2376	MCUV - Desacelerado	
3	0,0033x + 8,17	0,0033	MC Uniforme	8,17
4	5,4399x - 640,84	5,4399	MCUV - acelerado	
5	-0,0053x + 59,09	0,0053	MC Uniforme	59,09

En este trabajo no se ha considerado el análisis de todas las variables que describen el movimiento circular, tal como el desplazamiento, la aceleración angular, la rapidez lineal, pero con la data almacenada se puede lograr la cuantificación de esas variables. Además, se puede realizar el análisis gráfico de la aceleración angular vs tiempo. El sistema permite capturar los datos en lapsos cortos de tiempo, en el orden de los milisegundos; por consiguiente, se puede obtener rapidez y aceleraciones instantáneas durante el desplazamiento, tal como lo rige las ecuaciones 6 y 7.

$$w_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (6)$$

La rapidez angular instantánea representa el desplazamiento angular efectuado por un móvil en un tiempo muy pequeño que casi tienda a cero. Cuando los intervalos de tiempo tienden a cero, la aceleración angular del disco es instantánea; por medio de la ecuación (7) se puede determinar la aceleración instantánea.

$$\alpha_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta t} \quad (7)$$

El sistema puede ser remplazado por un encoder de mayor o menor radio y número de ranuras. Esto permitirá que el sistema tenga mayor o menor resolución y precisión. En el trabajo desarrollado no se ha considerado gráficos automáticos con el objetivo de que el docente y alumno exploren la información, realicen un análisis cuantitativo y gráfico, y expliquen sus conclusiones. El sistema de adquisición de datos posibilita utilizarlo en prácticas de laboratorio y clases teóricas demostrativas, mediante la elaboración previa de guías.

Conclusiones

El sistema de adquisición de datos permite detectar las interrupciones generadas por las ranuras del disco. Mediante el número de interrupciones y considerando como unidad de tiempo el segundo se establece la frecuencia de giro del disco. Utilizando las relaciones de lógica matemática que rigen este movimiento se establece la rapidez angular del disco.

A través del sistema de adquisición de datos se logra obtener datos reales e instantáneos del movimiento circular. Con la data almacenada se elabora la gráfica de rapidez angular en función del tiempo mediante la cual se realiza el análisis gráfico del movimiento. Este análisis permite identificar tres casos de movimiento circular: uniforme, acelerado y desacelerado.

Mediante el ajuste de curvas, se estableció las ecuaciones que rigen para cada tramo. La presencia o ausencia de la aceleración o desaceleración se establece a través del valor de la pendiente que muestra cada recta. Si la pendiente muestra un valor que tiende a cero, el movimiento es uniforme. Si la pendiente tiene un valor negativo y decreciente, el movimiento es desacelerado y si el valor de la pendiente es positivo y creciente, el movimiento es acelerado.

Aplicando el método de observación directa para el análisis del movimiento, se concluye que el sistema real de movimiento circular no genera movimiento uniforme de forma concreta. Pero al realizar el análisis matemático se puede interpretar que los tramos 1, 3, 5 tienen tendencia al movimiento uniforme considerando que el coeficiente de correlación R tiene un valor mínimo que tiende a cero. Las variaciones de rapidez angular a pesar de ser mínimas, pueden ser un tema de estudio particular que permita rectificar sistemas reales que requieran precisión en su sistema de giro. Las fluctuaciones de rapidez angular se deben al diseño intrínseco del motor de corriente continua.

Para el diseño y construcción del prototipo se utilizó conocimientos de electrónica, programación y matemática los cuales permitieron poner en marcha el sistema. Pero sin duda para trabajos futuros relacionados al prototipo, es recomendable someter al dispositivo a un procedimiento de validación de confiabilidad para garantizar la calidad del producto.

Referencias

- Bernal, C. (2010). *Metodología de la Investigación y Economía*. Bogotá, Colombia: Pearson Educación Colombia. Recuperado el 10 de 11 de 2020, de <https://abacoenred.com/wp-content/uploads/2019/02/El-proyecto-de-investigaci%C3%B3n-F.G.-Arias-2012-pdf.pdf>
- Cruz, A., Portilla, E., & Silva, R. (12 de 2008). Multiplicador Electrónico para encoder incremental. *Researchgate*, 1-5. doi:10.17562/PB-38-7
- Gobierno de España. (22 de 05 de 2018). *datos.gob.es*. Recuperado el 1 de 10 de 2019, de Iniciativa de datos abiertos del Gobierno de España: <https://datos.gob.es/es/noticia/la-importancia-de-la-visualizacion-grafica-de-los-datos>
- Gonzales, J., Nuñez, B., & Vilorio, P. (2012). Sistema de monitoreo en tiempo real para la medición de temperatura. *Sistemas de Información Científica*, 128-131.
- Ingeniería Mecafenix. (28 de 04 de 2017). *ingmecafenix.com*. Recuperado el 2 de 10 de 2019, de Ingeniería Mecafenix: <https://www.ingmecafenix.com/automatizacion/encoder/>
- Jordi O. (24 de 09 de 2019). *Conceptosclaros*. Recuperado el 18 de 10 de 2019, de <https://conceptosclaros.com/como-analizar-datos/>
- Posada, J. (25 de 07 de 2005). Modulación por ancho de pulso PWM. *El hombre y la máquina*, 72-73. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/478/47802507.pdf>
- Products Motion Control. (2019). *Resolution, Accuracy, and Precision of Encoders*. Vancouver: US Digital. Obtenido de https://www.rls.si/eng/encoder-handbook/resolution-accuracy-repeatability?gclid=EAIaIQobChMIx4e2kIDD9AIVwfezCh1NfgveEAAYASAAEgJTnvD_BwE
- SPS. (2017). *Universidad de San Pedro Sula*. Recuperado el 18 de 10 de 2019, de <http://www.usap.edu/campus-universitario/laboratorios/laboratorio-de-fisica/>

Young, H., Fredman, R., & Ford, L. (2009). *Física Universitaria Sears Zemansky*. México: Pearson.